УДК 625.72:630*383

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ТРАССЫ ЛЕСОВОЗНОЙ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

¹Чирков Е.В., ¹Скрыпников А.В., ²Козлов В.Г., ¹Саблин С.Ю., ¹Боровлев А.О.

¹ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий»,
Воронеж, e-mail: skrypnikovvsafe@mail.ru;

²ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет
имени императора Петра I», Воронеж, e-mail: vya-kozlov@yandex.ru

Технология проектирования трассы лесовозной автомобильной дороги в пространстве с использованием предложенных в данной статье методов принципиально отличается от технологии вариантного проектирования трассы лесовозной автомобильной дороги. При вариантном проектировании инженер намечает трассу в плане и потом проектирует оптимальный продольный профиль по заданному плану трассы. Затем проектировщик анализирует трассу совместно с получением решения профиля, используя оценочные характеристики, которые могут быть определены с помощью применения системы автоматического проектирования автомобильных дорог (например, суммарные приведенные затраты, строительная стоимость и др.), и намечает улучшение трассы. По новым направлениям вновь проектируется продольный профиль. Так повторяется до тех пор, пока не будет получено удовлетворительное решение. В предлагаемой технологии, наоборот, проектировщик намечает продольный профиль, а не оптимальное положение трассы в плане. Соответствие данному продольному профилю отыскивается с помощью методов, изложенных ранее в наших статьях. Затем проектировщик оценивает совместно решение профиля и плана, а также может скорректировать профиль и по уточненному профилю вновь оптимизировать план трассы, до получения окончательного решения. Применение предложенной технологии позволит более обоснованно получать трассу, близкую к оптимальной.

Ключевые слова: проектирование, трасса, дорога, криволинейный участок, постановка задачи, оптимизация

STATEMENT OF THE PROBLEM OF DESIGNING THE OPTIMAL ROUTE OF A LOGGING HIGHWAY

¹Chirkov E.V., ¹Skrypnikov A.V., ²Kozlov V.G., ¹Sablin S.Yu., ¹Borovlev A.O.

¹Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh,
e-mail: skrypnikovvsafe@mail.ru;

²Voronezh State Agrarian University named after Emperor Peter the Great,
Voronezh, e-mail: vya-kozlov@yandex.ru

The technology of designing the route of a logging highway in space using the methods proposed in this article is fundamentally different from the technology of variant design of the route of a logging highway. In case of variant design, the engineer outlines the route in the plan and then designs the optimal longitudinal profile according to the given route plan. Then the designer analyzes the route together with obtaining the appropriate profile, using estimated characteristics that can be determined by using the automatic road design system (for example, total reduced costs, construction costs, etc.) and plans to improve the route. The longitudinal profile is being re-designed in new directions. This is repeated until a satisfactory solution is obtained. In the proposed technology, on the contrary, the designer plans the longitudinal profile, and not the optimal position of the route in the plan. Compliance with this longitudinal profile is found using the methods described earlier in our articles. Then the designer evaluates the solution of the profile and the plan together, and can also adjust the profile and optimize the route plan again based on the updated profile, until the final decision is received. The use of the proposed technology will make it more reasonable to get a route that is close to the optimal one.

Keywords: design, route, road, curved section, problem statement, optimization

В общем случае оптимизацию трассы в плане предлагается осуществлять в два этапа. Оба этапа выполняются по критерию суммарных приведенных затрат в определенной зоне варьирования на основе информационной модели, имеющей необходимые для поиска трассы данные о технико-экономических характеристиках проектируемой лесовозной автомобильной дороги и полосы варьирования.

Цель работы заключается в исследовании методов проектирования трасс ле-

совозных автомобильных дорог с применением геоинформационных технологий, отличающихся постановкой задачи, способами их решения, характером геометрического представления трассы и другими особенностями.

Материалы и методы исследования

На первом этапе информационная модель строится на основе эскизной линии, которая либо задается инженером, либо может быть получена автоматически

программным путем, как это рекомендовано в работах [1–3]. Эскизная линия отражает лишь грубый выбор во множестве возможных вариантов трассы, поиск наилучшего из которых осуществляется по принятому критерию с использованием предложенного метода оптимизации. Решение отыскивается в виде состоящей из отрезков прямых линий, приближенно отвечающей требованиям, предъявляемым к геометрическим параметрам оси дороги (по кривизне, изменению кривизны и др.). В дальнейшем будем именовать данную постановку задачи оптимизацией «цепочечной» трассы.

В качестве переменных в этом случае приняты Z_i – отклонения оптимизируемой трассы от заданной приближенной.

1. Выполнение условий отмыкания и примыкания трассы, прохождения ее через заданные контрольные точки, а также

фиксация границ зоны варьирования обеспечиваются ограничениями вида:

$$Z_{\min i} \leq Z_i \leq Z_{\max i}, i = 1, 2, \dots, I, \quad (1)$$

где $Z_{\min i}$ и $Z_{\max i}$ – минимально и максимально допустимое значение Z_i .

2. Для точек 2, ... I-1 выполняется проверка требования

$$K_{\min i} \leq K_i \leq K_{\max i}, \quad (2)$$

где K_i – кривизна в точке Q_i оптимизируемой трассы, определяемая как кривизна окружности, проходящей через точки Q_{i-1} , Q_i и Q_{i+1} ; $K_{\min i}$, $K_{\max i}$ – минимально и максимально допустимая кривизна.

Строгая формализация данного требования сложна и $K_i = f(Z_i)$ в общем случае не линейна относительно Z_i .

Рассмотрена возможность линеаризации $K_i = f(Z_i)$ с использованием усеченного ряда Тейлора:

$$K_i = K_{0i} + \frac{\sigma f(Z)^{(0)}}{\sigma(Z_{i-1})} \cdot (Z_{i-1}) + \frac{\sigma f(Z)^{(0)}}{\sigma(Z_i)} \cdot (Z_i) + \frac{\sigma f(Z)^{(0)}}{\sigma(Z_{i+1})} \cdot (Z_{i+1}), \quad (3)$$

где K_{0i} – кривизна эскизной линии в i -й точке.

Аппроксимируя частные производные разностными соотношениями, получим

$$\frac{\sigma f(Z)^{(0)}}{\sigma(Z_{i-1})} \approx \frac{f((Z_{i-1} + \delta), Z_i, Z_{i+1}) - f(Z_{i-1}, Z_i, Z_{i+1})}{\delta}, \quad (4)$$

$$\frac{\sigma f(Z)^{(0)}}{\sigma(Z_i)} \approx \frac{f(Z_{i-1}, (Z_i + \delta), Z_{i+1}) - f(Z_{i-1}, Z_i, Z_{i+1})}{\delta}, \quad (5)$$

$$\frac{\sigma f(Z)^{(0)}}{\sigma(Z_{i+1})} \approx \frac{f(Z_{i-1}, Z_i, (Z_{i+1} + \delta)) - f(Z_{i-1}, Z_i, Z_{i+1})}{\delta}, \quad (6)$$

где δ – некоторые малые отклонения переменных.

В целях увеличения точности аппроксимирующей зависимости (3) в нее вводится поправка на удаление расчетной трассы от эскизной линии при одновременном изменении Z_{i-1} , Z_i и Z_{i+1} .

С учетом этой поправки зависимость $f(Z)$ принимает следующий вид:

$$K_i = K_{0i} + a_{1i} \cdot Z_{i-1} + a_{2i} \cdot Z_i + a_{3i} \cdot Z_{i+1}, \quad (7)$$

где

$$a_{1i} = \frac{\sigma f(Z)}{\sigma f(Z_{i-1})} + 0.33 \cdot a_{4i};$$

$$a_{2i} = \frac{\sigma f(Z)}{\sigma f(Z_i)} + 0.33 \cdot a_{4i};$$

$$a_{3i} = \frac{\sigma f(Z)}{\sigma f(Z_{i+1})} + 0.33 \cdot a_{4i};$$

$$a_{4i} = \frac{\sigma f[Z_{i-1} + \delta, (Z_i + \delta), (Z_{i+1} + \delta)] - f(Z_{i-1}, Z_i, Z_{i+1})}{\delta}.$$

3. Для точек 3,...,1–2 должно обеспечиваться выполнение требования

$$A_{\min i} \leq A_i \leq A_{\max i}, \quad (8)$$

где $A_{\min i}$, $A_{\max i}$ – минимально и максимально допустимый параметр клотоиды. Минимальные параметры переходных кривых устанавливаются из условия обеспечения нормируемой величины изменения центростремительного ускорения Y , (как правило, для дорог общего пользования $|Y_{\min}| = 0.5 \text{ м/с}^3$). В общем случае

$$Y_{\min i} \leq Y_i \leq Y_{\max i}, \quad (9)$$

$$Y_i = \frac{V_p^3 \cdot (K_i - K_{i-1})}{L_{Bi-1}}, \quad (10)$$

где V_p – расчетная скорость движения лесовозного автопоезда;

K_i , K_{i-1} – кривизна, соответственно в точках i и $i-1$,

L_{Bi-1} – расстояние между точками Q_{Ni} и $Q_{N(i-1)}$ эскизной трассы.

Из формулы (10) видно, что ограничения (9) будут иметь линейный характер относительно переменных Z_i только в том случае, если $K_i = f(Z_i)$ линейная функция. Линеаризация K_i может быть выполнена по формулам (7).

Анализ показывает, что погрешности за счет линеаризации ограничений (2) и (9) зависят в основном от величин $Z_{\min i}$, $Z_{\max i}$, $K_{\min i}$, $K_{\max i}$ и можно выбрать такую ширину зоны варьирования, которая бы обеспечила требуемую точность.

Таким образом, удастся представить все ограничения в виде системы линейных неравенств:

$$BZ \leq D;$$

где B – блочная матрица вида:

$$B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{pmatrix};$$

B_1 – диагональная матрица размерностью (1×1) ограничений вида $-Z_i \leq -Z_{\min i}$;

B_2 – диагональная матрица (1×1) ограничений вида $Z_i \leq Z_{\max i}$;

B_3 – матрицы $(1 \times 1-2)$ ограничений вида $-K_i \leq -K_{\min i}$;

B_4 – матрицы $(1 \times 1-2)$ ограничений вида $K_i \leq K_{\max i}$;

B_5 – матрицы $(1 \times 1-2)$ ограничений вида $-Y_i \leq -Y_{\min i}$;

B_6 – матрицы $(1 \times 1-2)$ ограничений вида $Y_i \leq Y_{\max i}$.

Так как K_i является выпуклой квадратичной функцией $(U_{2i} + U_{3i}) = f(Z_i)$ с достаточной точностью аппроксимируется выпуклыми кусочно-квадратичными зависимостями, то R_{pr} , согласно работе [4], также является выпуклой функцией.

Таким образом, проектирование оптимальной «цепочечной» трассы приводится к задаче выпуклого математического программирования с линейными ограничениями в виде неравенств. Она формулируется следующим образом:

$$\text{минимизировать } R_{pr} = f(Z), Z \in E^n, \quad (11)$$

при линейных ограничениях в виде неравенств $BZ \leq D$.

Решение может быть выполнено с применением методов нелинейного программирования.

На втором этапе оптимизации информационная модель строится на основе базового варианта трассы, представленного в виде клотоид, отрезков клотоид, круговых кривых и прямых, соответствующим образом сопряженных. Последовательность элементов трассы в процессе оптимизации сохраняется, но происходит изменение геометрических характеристик, которые принимаются в качестве переменных, и, как следствие этого, меняется положение проектируемой оси лесовозной автомобильной дороги. В дальнейшем данную постановку задачи будем именовать оптимизация геометрических характеристик элементов трассы [5, 6].

Данная задача формулируется следующим образом.

Используя в качестве начального приближения геометрические характеристики базовой трассы и основываясь на данных с технико-экономических показателей полосы варьирования, найти положение и геометрические характеристики трассы, состоящей из клотоид, круговых кривых и прямых, которая:

- удовлетворяет требованиям;
- имеет минимум суммарных приведенных затрат.

Рассмотрим два возможных способа линеаризации:

1) с приближенным определением Δt_{Qi} , Δl_{Qi} , ΔL_{Qi} ;

2) с использованием усеченного ряда Тейлора в окрестности $X^{(k)}$.

1. В случае использования значения $(\Delta t_{Qi}, \Delta l_{Qi}, \Delta L_{Qi})$ могут быть определены по приближенным зависимостям (рис. 1).

Рис. 1. Схема формирования линейризованных зависимостей

Например, когда переменной характеристикой является длина прямой ΔL_m , то для точки Q_i , находящейся на прямой:

$$\Delta L_{Q_i} = \Delta L_m \cdot \cos(\tau_{Q_i}, -\tau^{0j});$$

на круговой кривой:

$$\Delta \tau_{Q_i} = \frac{\Delta L_m \cdot \cos(\tau_{Q_i}, -\tau^{0j})}{R};$$

на клотоиде:

$$\Delta l_{Q_i} = \Delta L_m \cdot \cos(\tau_{Q_i}, -\tau^{0j}).$$

В общем виде для случая переменной длины прямой:

$$\Delta L_{Q_i} = a_{i_m m} \cdot \Delta L_m;$$

$$\tau_{Q_i} = a_{i_l m} \cdot \Delta L_m;$$

$$\Delta l_{Q_i} = a_{i_p m} \cdot \Delta L_m,$$

где a – коэффициент пропорциональности.

Первый индекс при a указывает, на каком элементе i -я точка: i_m – на прямой, i_l – на круговой кривой, i_p – на клотоиде. Второй индекс указывает вид переменной: m – длина прямой, l – центральный угол круговой кривой, p – радиус круговой кривой, r – параметр клотоиды.

Аналогичным образом ($\Delta \tau_{Q_i}$, Δl_{Q_i} и ΔL_{Q_i} определяются в случаях, когда переменными характеристиками являются $\Delta \tau_2^{(1)}$ – центральный угол круговой кривой:

$$\Delta L_{Q_i} = a_{i_m l} \cdot \Delta \tau_2^{(1)};$$

$$\Delta \tau_{Q_i} = a_{i_l l} \cdot \Delta \tau_2^{(1)};$$

$$\Delta l_{Q_i} = a_{i_p l} \cdot \Delta \tau_2^{(1)};$$

ΔR_n – радиус круговой кривой:

$$\Delta L_{Q_i} = a_{i_m n} \cdot \Delta R_n;$$

$$\Delta\tau_{Qi} = a_{i,n} \cdot \Delta R_n;$$

$$\Delta l_{Qi} = a_{i,p} \cdot \Delta R_n;$$

ΔA_p – параметр круговой кривой:

$$\Delta L_{Qi} = a_{i,m} p \cdot \Delta A_p;$$

$$\Delta\tau_{Qi} = a_{i,p} \cdot \Delta A_p;$$

$$\Delta l_{Qi} = a_{i,p} \cdot \Delta A_p.$$

Затем определяются элементы матрицы C с учетом того, что $Z_i = \frac{V_{ix}}{\sin\tau_{Qi}}$, где τ_{Qi} – угол между осями $Y^{(0)}$ и Z_i (рис. 2).

Рис. 2. К определению элементов матрицы C

2. Для определения элементов матрицы C с использованием усеченного ряда Тейлора для функции многих переменных имеем

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(a_1, a_2, \dots, a_n) + \\ + \frac{\partial f(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\partial x_1} \cdot (x_1 - a_1) + \dots + \frac{\partial f(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\partial x_n} \cdot (x_n - a_n).$$

В точке с координатами

$$a_1 = 0; \quad a_2 = 0; \dots a_n = 0$$

имеем $f(a_1, \dots, a_n) = 0$.

Тогда:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial f(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\partial x_1} \cdot (x_1 - a_1) + \dots + \frac{\partial f(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\partial x_n} \cdot (x_n - a_n).$$

Значения частных производных могут быть вычислены по аналогии.

Из приведенных исследований видно, что проектирование оптимальной трассы в плане при фиксированном продольном профиле может быть представлено как задача выпуклого математического программирования:

минимизировать:

$$f(X), X \in E^n,$$

при линейных ограничениях в виде неравенств:

$$BX \leq D.$$

Описание методов решения задач данного вида приведено в работах [7–10].

Так же как и в случае с переменными Z , необходимо выполнить несколько итераций с последовательным уточнением модели $(U_{2i} + U_{3i}) = f(Z_i)$ и линеаризованных зависимостей $Z_i = f(X)$.

Заключение

Методы нелинейного математического программирования, используемые для решения задачи оптимизации трассы в плане при фиксированном продольном профиле, позволяют находить локальный минимум. В случае унимодальной целевой функции локальный и глобальный минимумы совпадают. Поэтому предлагаемые методы целесообразно использовать на завершающем этапе проектирования и для уточнения положения трассы в относительно узкой зоне варьирования, для которой могут быть построены достаточно точные модели критерия, обеспечивающие унимодальности целевой функции.

Список литературы

1. Иванов В.Н., Ерохов В.Н. Влияние параметров автомобильных дорог на расход топлива // Автомобильные дороги. 2014. № 8. С. 10–13.
2. Чернышова Е.В. Алгоритм решения задачи оптимального трассирования лесовозной автомобильной дороги на неоднородной местности // Вестник ВГУИТ. 2017. Т. 79. № 2 (72). С. 113–120.
3. Чернышова Е.В. Методы формирования цифровой модели местности при трассировании лесовозных автомобильных дорог // Системы. Методы. Технологии. 2017. № 3 (35). С. 143–148.
4. Чернышова Е.В., Чирков Е.В., Поставничий С.А., Могутнов Р.В. Теоретические основы и методы математического моделирования лесовозных автомобильных дорог // ИВУЗ Лесной журнал. 2018. № 6 (366). С. 117–127.
5. Kozlov V.G., Gulevsky V.A., Skrypnikov A.V., Logoyda V.S., Menzhulova A.S. Method of Individual Forecasting of Technical State of Logging Machines. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. V. 327 (4). P. 042–056. DOI: 10.1088/1757-899X/327/4/042056.
6. Dorokhin S.V., Chernyshova E.V. Mathematical Model of Statistical Identification of Car Transport Informational Provision. J. Engineering and Applied Sciences. 2017. V. 12. No. 2. P. 511–515.
7. Кондрашова Е.В., Скворцова Т.В. Совершенствование организации дорожного движения в транспортных системах лесного комплекса // Системы управления и информационные технологии, 2008. № 3. 2 (33). С. 272–275.
8. Zavrzhnov A.I., Belyaev A.N., Zelikov V.A., Tikhomirov P.V., Mikheev N.V. Designing mathematical models of geometric and technical parameters for modern road-building machines versus the main parameter of the system. Atlantis Highlights in Material Sciences and Technology Proceedings of the International Symposium «Engineering and Earth Sciences: Applied and Fundamental Research» dedicated to the 85-th anniversary of H.I. Ibragimov (ISEES 2019), 2019. P. 823–827.
9. Berestnev O., Soliterman Y., Goman A. Development of Scientific Bases of Forecasting and Reliability Increase of Mechanisms and Machines – One of the Key Problems of Engineering Science. International Symposium on History of Machines and Mechanisms Proceedings, 2000. P. 325–332.
10. Козлов В.Г., Скрыпников А.В., Микова Е.Ю., Могутнов Р.В., Чирков Е.В. Формирование модели проектирования системы «дорожные условия – транспортные потоки» и пути ее реализации // Лесоинженерное дело. 2018. Т. 8. № 1 (29). С. 100–111. DOI: 10.12737/article_5ab0dfbe6ce23.91630316.