и отрывом капли магнитной жидкости в немагнитной среде, адекватно описывают поведение пузырька пара при кипении магнитной жидкости.

Таким образом, теоретически определена величина деформации основания капли магнитной жидкости на горизонтальной поверхности в магнитном поле и дано объяснение влиянию магнитного поля на процессы образования, роста и отрыва капель магнитной жидкости в объеме немагнитной среды и пузырьков пара в намагничивающейся жидкости. Показано, что внешнее горизонтальное магнитное поле, изменяя периметр основания капли магнитной жидкости изменяет и время роста, отрывной диаметр и частоту отрыва капли МЖ от горизонтальной поверхности. Эти результаты дают основание считать, что аналогичные процессы будут наблюдаться и при образовании, росте и отрыве пузырьков пара при кипении магнитной жидкости в магнитном поле.

Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-01-00056).

Список литературы

1. Яновский А.А. Тепло- и массоперенос при кипении магнитной жидкости на неограниченной поверхности с точечным подводом тепла. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011, 4(3), 1289-1290.

2. Яновский А.А. А.Я. Симоновский, Холопов В.Л. Влияние магнитного поля на процессы парообразования в кипящей магнитной жидкости // Фундаментальные исследования. – 2013. – №8(2). – С. 332-337.

3. Яновский А.А., Симоновский А.Я. Влияние однородного магнитного поля на теплообмен при кипении магнитной жидкости на неограниченной поверхности // Вестник Ставропольского государственного университета – 2011. №77(6). С. 272-278.

Секция «Математические методы решения инженерных задач», научный руководитель – Светличная В.Б., канд. техн. наук, доцент

ТЕОРИЯ КОРРЕЛЯЦИИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ «ОБ ОТЧИСЛЕНИЯХ В ПЕНСИОННЫЙ ФОНД»

Аббазова Р.А., Агишева Д.К., Светличная В.Б., Пак К.И.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: rimma2705@mail.ru

Решим задачу о распределении 100 предприятий по сумме отчислений в пенсионный фонд X (тыс.руб) и на социальное страхование работников Y (тыс.руб.) (таблица).

Вычислим первоначальные данные для корреляционной зависимости.

Общие средние.

Среднее арифметическое всех значений СВ X: $\overline{x} = 343$

Среднее арифметическое всех значений СВ Y: $\overline{y} = 350$

X \ Y		100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	Итого	$\overline{yx}$
		150	250	350	450	550		
50-150	100	5	3	-	-	-	8	187,5
150-250	200	7	8	-	-	-	15	203,3
250-350	300	-	8	13	5	-	26	338,5
350-450	400	-	4	10	8	6	28	407,1
450-550	500	-	-	9	6	8	23	445,7
Итого:		12	23	32	19	14	100	
	$\overline{xy}$	158,3	256,5	387,5	405,3	457,1		

Общее среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_x = 121{,}86 \quad \sigma_y = 120{,}83.$$

Межгрупповое среднее:

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l} x_i \cdot y_j \cdot m_{x_i \overline{y}_j} = 130850 .$$

Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2_x = 9008{,}37 \quad \delta^2_y = 8394{,}39.$$

Вычисленные корреляционные отношения: $\eta_{yx} = 0{,}758$ $\eta_{xy} = 0{,}779$ показывают, что между случайными величинами X и Y имеется сильная (тесная) корреляционная зависимость.

Коэффициент корреляции

$$r_{\hat{a}} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = 0{,}73 .$$

подтверждает сильную возрастающую линейную зависимость.

Составим по вычисленным данным уравнения линейной регрессии.

$$y_x - \overline{y} = \rho_{YX} \cdot (x - \overline{x}) ,$$

где $\rho_{yx} = 0{,}72$; $y_x = 0{,}72x + 103{,}04$.

$$x_y - \overline{x} = \rho_{XY} \cdot (y - \overline{y}) ,$$

где $\rho_{xy} = 0{,}74$; $x_y = 0{,}74y + 84$.

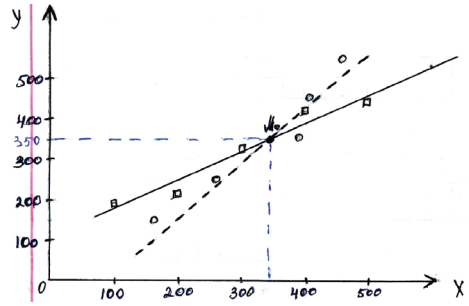

Рис. 1

– – – – прямая $x_y = 0{,}74y + 84$;

—— – прямая $y_x = 0{,}72x + 103{,}04$;

▫▫▫ – условные средние yx;

○○○ – условные средние xy;

• – $M_0(x, y)$ – точка пересечения прямых регрессии, где x=343 y=350

Средние квадратические ошибки: $S_{\xi y} = 31{,}65$ $S_{\xi x} = 39{,}87$

Поскольку $S_{\xi y} < \sigma_y$ и $S_{\xi x} < \sigma_y$, то найденные модели линейной регрессии целесообразно использовать в расчетах.

Список литературы

1. Математическая статистика: учеб. пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная; ВПИ (филиал) ВолГТУ, – Волгоград, 2010. – 159 с.

ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО ВАРИАНТА ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТАМ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Акимжанов А.Т., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, e-mail: v.i.n.z.e.r.01@yandex.ru

Динамическое программирование – это математический метод поиска оптимального управления, специально приспособленный к многошаговым процессам. Ключевая идея динамического программирования заключается в нахождении оптимального решения подзадач меньшего размера с дальнейшим объединением в одно общее решение. Метод позволяет достичь существенной экономии вычислений по сравнению с полным перебором вариантов.

Реализацию метода динамического программирования рассмотрим на примере решения следующей дискретной задачи.

Для подготовки к трем зачетам по дисциплинам: теоретическая механика, математика и английский язык студенту предоставлено 4 дня. Зависимость получения баллов на зачете от количества затраченных на подготовку дней представлены в табл. 1. Необходимо определить стратегию подготовки к трем зачетам, так чтобы получить максимальную сумму баллов.

Таблица 1

Зависимость количества баллов от затраченных на подготовку дней

Количество баллов, $f_k(u)$	Выделенные дни на подготовку к зачетам, u				
	0	1	2	3	4
$f_1(u)$	0	10	17	21	38
$f_2(u)$	0	25	29	36	40
$f_3(u)$	0	6	12	18	39

Для решения задачи сформулируем многошаговую математическую модель: $f(\hat{x},\hat{u})$ – Целевая функция задачи (максимальное количество баллов), где $\hat{x}=\{x^0,x^1,x^2,x^3\}$ – оставшееся количество дней (xk) после k-го выученного предмета (фазовая траектория), $\hat{u}=\{u^0,u^1,u^2,u^3\}$ – количество дней (uk) затраченных на k-й зачет (вектор управлений).

$$f(\hat{x},\hat{u})=\sum_{k=1}^{3} f_k\left(u^k\right)\to \max$$

$x^k=x^{k-1}+u^k$ – уравнение состояний, $x^k\in[0;4]$ и $u^k\in[0;4-x^{k-1}]$.

Рассмотрим реализацию метода динамического программирования:

Этап 1. (условная оптимизация).

Шаг 1. Найдем $B_3\left(x^2\right)=max\, f_3(u^3)$ – функция Беллмана. Так как $Z^3\left(x^2,u^3\right)=f^3(u^3)$ есть возрастающая функция аргумента u^3 (по табл. 1), то её максимум достигается при максимально допустимом значении u^3, т.е. $u^{*3}\left(x^2\right)=[4-x^2]$.

Отсюда,

$$B_3\left(x^2\right)=Z^3\left(x^2,u^{*3}\left(x^2\right)\right)=f^3([4-x^2]).$$

Значения $B_3\left(x^2\right)$, найдем с помощью табл. 1.

Таблица 2

Значения функции $B_3\left(x^2\right)$

x_2	0	1	2	3	4
$B_3\left(x^2\right)$	$f^3\left([4-0]\right)=39$	18	12	6	0

Шаг 2. Найдем

$$B_2\left(x^1\right)=max\left\{B_3\left(x^1+u^2\right)+f_2(u^2)\right\}.$$

Для определения максимума функции

$$Z_2\left(x^1,u^2\right)=B_3\left(x^1+u^2\right)+f_2\left(u^2\right)$$

составим табл. 3, используя табл. 1 и 2.

Таблица 3

Значения функции $Z_2\left(x^1,u^2\right)$

x^1 \ u^2	0	1	2	3	4
0	$B_3(0)+f_2(0)=39$	$\boldsymbol{B}_3(1)+\boldsymbol{f}_2(1)=43$	$B_3(2)+f_2(2)=41$	$B_3(3)+f_2(3)=42$	$B_3(4)+f_2(4)=40$
1	$B_3(1)+f_2(0)=18$	37	35	36	-
2	$B_3(2)+f_2(0)=12$	31	29	-	-
3	$B_3(3)+f_2(0)=6$	25	-	-	-
4	$\boldsymbol{B}_3(4)+\boldsymbol{f}_2(0)=0$	-	-	-	-

В табл. 3 жирным шрифтом выделены максимальные по u^2 значения функции $Z_2\left(x^1,u^2\right)$, соответствующие различным x^1. С помощью табл. 3 находим значения функции $B_2\left(x^1\right)$ и $u^{*2}\left(x^1\right)$.