

УДК 548.1:669.018

ФОРМИРОВАНИЕ ЛИНЕЙЧАТЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР С НЕОБХОДИМЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ В 2D-ПРОСТРАНСТВЕ

^{1,2}Дерлугян П.Д., ^{1,2}Иванов В.В., ¹Иванова И.В., ¹Шиска В.Г.,

¹Дерлугян Ф.П., ²Бережной Ю.М.

¹ФГУП ОКБ «ОРИОН», Новочеркасск;

²Южно-Российский государственный технический университет, Новочеркасск,

e-mail: valivanov11@mail.ru

Обсуждается проблема формирования некоторых фрактальных структур в 2D-пространстве. Представлены результаты сравнительного анализа их фрактальных размерностей и некоторых топологических характеристик.

Ключевые слова: фрактальная структура, фрактальная размерность, генератор фрактальной структуры, кривая Коха, меандр

FORMING OF THE LINEAR FRACTAL STRUCTURES WITH NECESSARY CHARACTERISTICS IN 2D-SPACE

^{1,2}Derlugyan P.D., ^{1,2}Ivanov V.V., ¹Ivanova I.V., ¹Shishka V.G.,

¹Derlugyan F.P., ²Berezhnoi Y.M.

¹FGUE SDTU «ORION», Novocherkassk;

²South-Russian state engineering university, Novocherkassk, e-mail: valivanov11@mail.ru

The problem of forming of some fractal structures in 2D space was discussed. Results of comparative analyses of its fractal dimensions and some topologic characteristics were presented.

Keywords: fractal structure, fractal dimension, generator of fractal structure, Koch's curve, meander

Трибологические свойства поверхности композиционных покрытий (КП) существенно зависят от конфигурации межфазных границ [1-4]. Интерпретация этого влияния в рамках синергической модели [5] основана на предположении о квазифрактальном характере этих конфигураций. Анализ возможности поиска поверхностных фрактальных структур с необходимыми характеристиками как вероятных аппроксимантов конфигураций межфазных границ является задачей данной работы. При формировании подобных фрактальных структур методами модулярного дизайна использовали теоретические положения, изложенные в работах [6-19].

Фрактальная кривая n -го поколения, сформированная итерацией генератора $G = LK_{(1/n)}$ на отрезке – стороне многоугольника $\{Pg\} = \{N\}$, может быть представлена как $F_{\{Pg\},n} = FK_{(1/n)}\{Pg\}_n(G_2)\{1+\}$ [13-16]. Здесь: K – коэффициент самоподобия, n – количество итераций (значение $n = 0$ соответствует исходному многоугольнику, $n = 1$ – генератору), G_2 – симметрия фигуры, образованной замкнутой фрактальной кривой, $1+$ означает, что ее размерность превышает топологическую размерность 1 инициального отрезка прямой.

Множества замкнутых фрактальных кривых $MF_{K(4/3)}\{Pg\}(G_2)$, построенные на периметре $\{N\}$ -тел (темных $\{Pg\}$ – ячеек некоторых сеток Кеплера-Шубникова), образуют совокупности фигур, представляющие собой упаковки определенных снежинок Коха в 2D-пространстве [16]. Множества замкнутых фрактальных кривых $MF_{-K(4/3)}\Sigma\{Pg\}(G_2)$, построенные на периметре $\{N\}$ -лакун (светлых $\{Pg\}$), образуют совокупность лакунарных фигур, дополняющие соответствующие множества $MF_{K(4/3)}\{Pg\}(G_2)$ до 2D-пространства [16]. В случае треугольных лакун генерируемое множество лакунарных кривых представляет собой результат его расслоения на мультимножество кривых $MF_{K(4/3)}\Sigma\{3\}(G_2)$, каждая из которых состоит из определенного множества самоподобных с $K(2/9)$ замкнутых кривых в виде двух сросшихся с частичным наложением снежинок Коха $FK(4/3)\{3\}(pbmm)$ [16].

Для формирования фрактальных кривых можно использовать треугольные генераторы Коха гомологических рядов $K(2(n+1)/(n+2))$ (а) и $K(2(3n-1)/3n)$ (б) (рис. 1, слева) [20]. В результате итерации данных генераторов на периметрах $\{n\}$ -тел сеток Кеплера-Шубникова образуется множество разнообразных снежинок Коха, упорядоченных в 2D-пространстве [16].

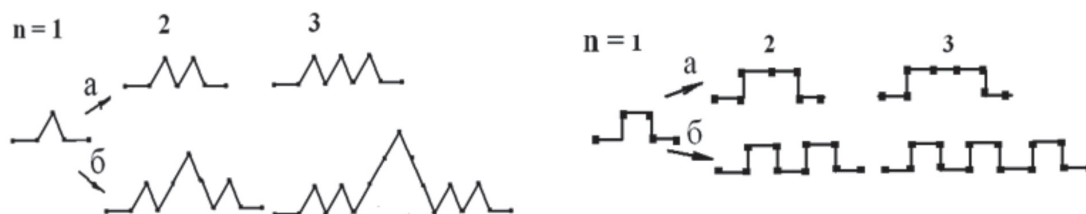


Рис. 1. Изображения первых трех членов гомологических рядов треугольных генераторов Коха $K(2(n+1)/(n+2))$ (а) и $K(2(3n-1)/3n)$ (б) и прямоугольных генераторов Коха $K((n+4)/(n+2))$ (а) и $K((4n+1)/(2n+1))$ (б)

По мере увеличения порядкового номера генератора в каждом гомологическом ряду при итерации наблюдается закономерное увеличение длины квазифрактальной кривой и изменение ее размерности в соответствии с зависимостями $D = \ln 2(n+1)/\ln(n+2)$ и $D = \ln 2(3n-1)/\ln 3n$ [20].

Рассмотрим и некоторые другие виды генераторов. Бесконечная итерация прямоугольных генераторов G , в том числе и видоизмененной кривой Коха $K(5/3)$, на отрезке конечной длины приводит к формированию бесконечной фрактальной линии. Для моделирования могут быть использованы некоторые из сеток Кеплера-Шубникова, которые включают в себя тетрагоны $\{4\}$ – ячейки сеток и являются производными от сеток Кеплера 4444, 488 или 46.12. Прямоугольный генератор $K(5/3)$ является первым членом двух гомологических рядов прямоугольных генераторов $K((n+4)/(n+2))$ и $K((4n+1)/(2n+1))$, где $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ (см. рис. 1, справа) [21]. Размерности фрактальных кривых, образованных с помощью генераторов $K((n+4)/(n+2))$ и $K((4n+1)/(2n+1))$, могут быть представлены как $D = \ln(n+4)/\ln(n+2)$ и $D = \ln(4n+1)/\ln(2n+1)$ [21]. При $n \rightarrow \infty$ величины D закономерно уменьшаются от 1,465 до значения 1,001.

Прямоугольный генератор-меандр $K(8/4)$ является первым членом двух гомологических рядов меандров вида $((6n+2)/(2n+2))$ и $K((10n-2)/(2n+2))$, где $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ (рис. 2, слева) [22]. При многократном действии генераторов $K((6n+2)/(2n+2))$ на периметр ячейки квадратной сетки Кеплера 4444 формируется упорядоченное множество предфрактальных кривых. Для каждой замкнутой фрак-

тальной кривой в ряду $K((6n+2)/(2n+2))$ размерность $D = \ln(6n+2)/\ln(2n+2)$ при $n \rightarrow \infty$ закономерно уменьшается от 1,500 до 1,001 (рис. 3) [22]. При действии генераторов $K((10n-2)/(2n+2))$ на периметр ячейки квадратной сетки Кеплера 4444 формируется упорядоченное множество предфрактальных кривых. В гомологическом ряду генераторов $K((10n-2)/(2n+2))$ размерность каждой фрактальной кривой $D = \ln(10n-2)/\ln(2n+2)$ принимает максимальное значение 1,613 при $n = 2$, а затем при $n \rightarrow \infty$ закономерно уменьшается также до значения 1,001 (рис. 3) [22].

Генератор $K(6/2)$ является первым членом как минимум двух разновидностей гомологических рядов меандроподобных генераторов $K(6n/2n)$ (см. рис. 2, справа) [23]. По мере увеличения порядкового номера генератора в каждом гомологическом ряду при итерации наблюдается закономерное изменение ее хаусдорфовой размерности D в соответствии с зависимостью $D = \ln 6n/\ln 2n$ [23]. Фрактальная размерность кривой максимальна для первого члена данного ряда, а начиная со вторых членов ряда в представлениях (а) и (б) (рис. 2) размерности кривых $D < 2$ и при $n \rightarrow \infty$ закономерно уменьшаются от 1,792 до 1,001 (рис. 3) [23].

Таким образом, в 2D-пространстве могут быть сформированы фрактальные структуры вида $MFK(1/l)\{Pg\}\{1+\}$. Данные фрактальные структуры характеризуются размерностями практически во всем диапазоне значений в интервале от 1 до 2 и могут быть использованы для интерпретации результатов исследований трибологических свойств поверхности композиционных материалов и покрытий [1-4, 24-27].

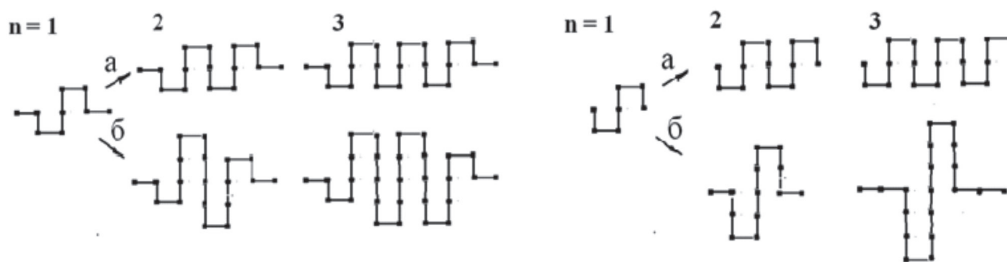


Рис. 2. Изображения первых трех членов гомологических рядов меандров $K((6n+2)/(2n+2))$ (а) и $K((10n-2)/(2n+2))$ (б) и гомологического ряда меандроподобных генераторов Коха $K(6n/2n)$ (а и б)

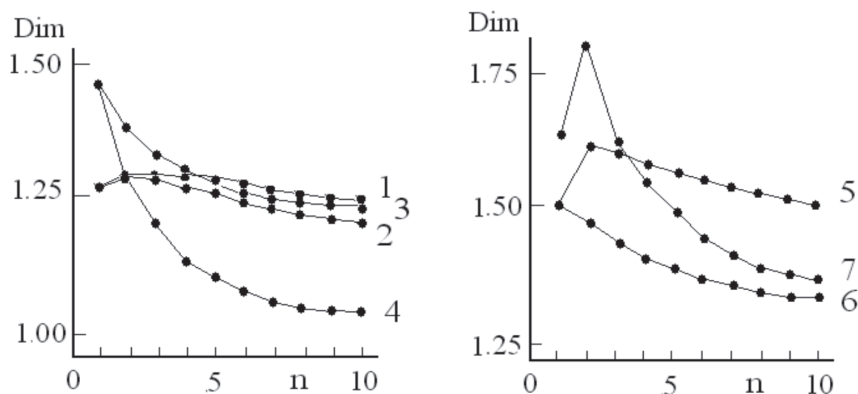


Рис. 3. Изменение размерности фрактальных структур вида $FK(1/l)\{Pg\}_n(G22)\{1+\}$ от порядкового номера n в гомологических рядах иницизирующих генераторов $K(2(n+1)/(n+2))$ (1), $K(2(3n-1)/3n)$ (2), $K((4n+1)/(2n+1))$ (3), $K((n+4)/(n+2))$ (4), $K((10n-2)/(2n+2))$ (5), $K((6n+2)/(2n+2))$ (6), и $K(6n/2n)$ (7)

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение № 14.U01.21.1078.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки, 2001. №3. С. 60-61.
- Щербаков И.Н., Иванов В.В. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2011. №5. С. 47-50.
- Иванов В.В., Щербаков И.Н. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2011. №3. С. 54-57.
- Иванов В.В., Щербаков И.Н., Таланов В.М. // Совр. наукоемкие технологии. 2012. №1. С. 54-55.
- Иванов В.В., Иванов А.В., Щербаков И.Н., Башкиров О.М. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. 2005. №3. С. 46-49.
- Иванов В.В. Комбинаторное моделирование вероятных структур неорганических веществ. – Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003. – 204 с.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2010. Т.1. №1. С.72-107.
- Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Междунар. журн. экп. образования, 2010. №11. С. 153-155.
- Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2011. Т.2. № 3. С. 121-134.
- Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2012. Т.3. № 4. С. 82-100.
- Иванов В.В., Шабельская Н.П., Таланов В.М., Попов В.П. // Успехи соврем. естествознания, 2012. № 2. С. 60-63.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания, 2012. № 3. С. 56-57.
- Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Успехи совр. естествознания. 2012. № 4. С. 230-232.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Совр. наукоемкие технологии. 2012. № 2. С. 76-78.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Журнал структурной химии. 2013. Т.54. № 2. С. 354-376.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Кристаллография. 2013. Т. 58. № 3. С. 370-379.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. № 8. С. 75-77.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. № 9. С. 74-77.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. № 10. С. 78-80.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. № 11. С. 63-65.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Соврем. наукоемкие технологии. 2012. № 11. С. 24-26.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Соврем. наукоемкие технологии. 2012. № 12. С. 16-17.
- Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания. 2012. № 11. С. 61-62.
- Щербаков И.Н., Иванов В.В., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Трофимов Г.Е., Дерлугян Ф.П. Химическое наноконструирование композиционных материалов и покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки», 2011. 152 с.
- Патент 2422561 Рос. Федерация / Балакай В.И., Арзуманова А.В., Балакай И.В., Балакай К.В., Бырылов И.Ф., Иванов В.В. Опубл. 27.06 2011. Бюл. № 18.
- Патент 2451113 Рос. Федерация / Трофимов Г.Е., Щербаков И.Н., Шевченко М.Ю., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Дерлугян Ф.П., Иванов В.В. Опубл. 20.05 2012. Бюл. № 14.
- Патент 2473711 Рос. Федерация / Трофимов Г.Е., Щербаков И.Н., Шевченко М.Ю., Логинов В.Т., Дерлугян П.Д., Дерлугян Ф.П., Иванов В.В. Опубл. 27.01 2013. Бюл. № 3.